

Présentation

Souvent, l'enseignement des sciences est présenté d'un point de vue épistémologique comme autant de compartiments indépendants les uns des autres, sauf en Physique où les lois ne peuvent faire l'économie d'une traduction en langage mathématique via des équations mettant en jeu des concepts physiques comme ceux de masse, d'inertie, de vitesse, d'accélération, etc. Mais il est un autre exemple où l'on constate combien l'histoire et le développement des sciences sont marqués par une interdisciplinarité dans les activités scientifiques. Cet exemple est celui de la géographie. C'est ainsi que des problématiques géographiques (comme le calcul de coordonnées géographiques) se déclinent en problématiques astronomiques, cartographiques et trigonométrique, cette dernière discipline en tant que chapitre des mathématiques.

Cet aspect de la géographie au carrefour des sciences exactes est illustré dans ce tome 2 de ce Cahier par les trois contributions que nous présentons ici.

Elles s'inscrivent dans le cadre d'un projet d'établissement (PE), domicilié au CRASC, intitulé : « La phase arabe de la géographie au carrefour des sciences humaines et exactes » et piloté par le Pr Ahmed Djebbar.

1. La première contribution, celle de **Benaouda Bennaceur**, ambitionne d'éclairer la problématique de la cartographie mathématique. Précisons toutefois qu'initialement l'axe de Bennaceur devait porter sur la cartographie arabe. Mais au fur et à mesure du défrichage relatif à cet axe la nécessité s'imposa de combler tout d'abord les lacunes dans le domaine de la cartographie en général. On ne peut en effet se risquer à éclairer l'histoire de la cartographie arabe sans au préalable connaître la problématique qui fonde ce concept général de cartographie mathématique. Autrement dit, il serait illusoire d'aborder la dimension historique de la cartographie sans un minimum de culture cartographique.

Au cours de cette entreprise qui consistait à pallier une insuffisance historique et scientifique sur les éléments constitutifs de la cartographie mathématique (notions de projections cartographiques, de surfaces développables, de distorsions, etc.), une idée se fit jour, celle d'élaborer un

document de travail permettant à l'enseignant (qu'il appartienne à l'Éducation Nationale ou à l'Enseignement Supérieur) d'aborder (avec ses élèves ou avec ses étudiants) la problématique de la cartographie mathématique avec le minimum de bagages. Mais ce document pédagogique n'est nullement un ensemble de recettes destinées à une compréhension rapide et sans efforts de la cartographie mathématique, il se veut surtout une boîte à outils à caractère historique, épistémologique, pédagogique et didactique, dans laquelle l'enseignant pourrait puiser selon ses besoins dans sa pratique d'enseignement.

Naturellement, cet enseignant devrait lui-même considérer les éléments de cette boîte à outils (comme les éléments géométriques et trigonométriques) comme autant de repères pour sa propre formation mathématique.

Notons que dans le premier chapitre de cette première contribution, il a été tenté de poser quelques repères historiques de la phase arabe de la cartographie (IX^e-XV^e siècle). Les chapitres suivants (2 et 3) ont été consacrés non seulement à définir la problématique générale de la cartographie mais aussi à poser les fondements épistémologiques qui permettent une compréhension de l'opération cartographique. Enfin, le dernier chapitre est constitué par la description de sept projections cartographiques qui ont fait date dans l'histoire de la tradition scientifique (notamment grecque et arabe) relative à la fabrication de cartes. Dans ce dernier chapitre, on voit abondamment ce que cette fabrication de cartes doit aux mathématiques et particulièrement à l'analyse mathématique, à la géométrie synthétique et à la géométrie analytique. Il est cependant utile d'ajouter que cette contribution a été animée, sur le plan didactique et pédagogique, principalement par le souci d'offrir un document aux enseignants de mathématiques exerçant au sein de des établissements de l'Éducation Nationale ou des établissements de l'Enseignement Supérieure qui leurs permettent une initiation à la cartographie mathématique.

2. Dans une deuxième contribution, **Setti Ayad** propose une étude sur la géographie mathématique à partir du livre « *Kitāb taḥdīd al-amākin* » [Livre sur la détermination des lieux] d'Abū Rayḥān al-Bīrūnī (m. vers 1048). Cet ouvrage est un important traité sur la géodésie avec de nombreux éléments d'intérêt pour les historiens de l'astronomie, des mathématiques et de la géographie. L'auteure reprend, dans ce travail, les techniques de calcul d'al-Bīrūnī, de la latitude, de la longitude et de l'inclinaison de l'écliptique par rapport au plan de l'équateur, et elle

compare ses résultats avec les résultats actuels. Elle met en évidence les erreurs contenues dans les calculs d'al-Bīrūnī en donnant leurs rectifications. Ces erreurs restent néanmoins minimales et l'exactitude des résultats d'observations d'al-Bīrūnī révèle son haut niveau de technicité.

3. Dans une troisième contribution, **Faiza Remaoun-Djabeur** affirme, dès l'incipit de son texte, que la trigonométrie est au service de la géographie arabe. Elle ajoute que la trigonométrie a été une branche issue des problématiques géographiques, astronomiques et cartographiques. Les savants arabes feront fructifier leurs héritages indien et grec dans ce domaine et réaliseront un saut qualitatif avec la version sphérique du théorème du sinus, qui a été un outil incontournable entre les mains des astronomes et des mathématiciens, à la fois pour la réalisation des tables et pour la résolution de certains problèmes intéressant les géographes, comme la détermination des coordonnées terrestres. La première forme de ce théorème, utilisée dans le plan, était déjà connue des astronomes grecs. La seconde forme, utilisée sur la sphère, a été découverte à la fin du X^e siècle par plusieurs astronomes musulmans : au Khwārizm, le professeur de Bīrūnī, l'émir Abū Naṣr Maṣū' ibn 'Alī Ibn 'Irāq (m. vers 1030), à Bagdad, l'éminent géomètre astronome Abū al-Wafā' al-Buzjānī (m. 998) et, à Rayy, réputé pour la qualité de ses observations, l'astronome Abū Maḥmūd al-Khujandī (m. 1000). Ces derniers ont appelé ce théorème « la figure qui dispense » car elle les dispensait d'utiliser le « théorème de la figure sécante » de Ménélaüs, outil qui nécessitait des calculs plus compliqués en faisant intervenir les rapports composés.

Benaouda BENNACEUR ^(1,2)

⁽¹⁾ Maître-assistant A (retraité), Université Oran 1, Département de Mathématiques, 31 000, Oran, Algérie.

⁽²⁾ Centre de Recherche en Anthropologie Sociale et Culturelle, 31 000, Oran, Algérie.