

L'optique géométrique en pays d'Islam : exemple des miroirs ardents

Setti AYAD ^(1,2)

Introduction

L'histoire des sciences constitue un outil pour la didactique des sciences et peut inspirer une méthode d'enseignement des concepts et des théories scientifiques dans les collèges et lycées. Certains concepts scientifiques à enseigner peuvent être éclairés par une perspective historique, telle que la construction et l'utilisation de l'astrolabe¹ ou des miroirs ardents, ce qui permettrait d'identifier les obstacles liés à leur enseignement et faciliterait leur acquisition par les élèves.

Il s'agit pour l'enseignant, en plus de la maîtrise technique d'un concept mathématique ou physique à enseigner, d'apporter un éclairage historique permettant de connaître les problèmes auxquels répond le concept en question, et d'identifier éventuellement les difficultés liées à son apprentissage. Cette approche propose d'orienter différemment

⁽¹⁾ Université Oran 1, Département de Mathématiques, 31 000, Oran, Algérie.

⁽²⁾ Centre de Recherche en Anthropologie Sociale et Culturelle, 31 000, Oran, Algérie.

¹ Berggren, J.L. (1994), "AbūSahl al-Kūhī's treatise on the construction of the astrolabe with proof, text, translation and commentary", *Physis* 31, p. 141-252.

les méthodes d'apprentissage et d'apporter un éclairage des difficultés rencontrées par les élèves à l'acquisition de savoirs scientifiques nouveaux.

Ce travail propose une approche historique de certains concepts de trigonométrie et de géométrie pouvant être exploitée par l'enseignant intervenant au lycée et en première année d'université, afin d'établir une relation entre la construction de problèmes de mathématiques et de physique et l'interprétation historique d'un concept d'optique géométrique² : dans notre cas, la réflexion convergente des rayons solaires sur les miroirs.

L'enseignant aurait ainsi la possibilité, à partir d'une légende telle que celle des miroirs ardents, d'amener l'élève ou l'étudiant à se mettre en situation et à s'approprier le savoir enseigné.

Les miroirs ardents

Dès le IX^e siècle, les traductions arabes des textes grecs en optique ont côtoyé les premières recherches en optique rédigées directement en langue arabe. Jamais passives, ces traductions étaient liées à la recherche la plus avancée de l'époque.

Ces traductions couvraient l'ensemble des domaines de l'optique hellénistique (de 323 av. J.C. à 31)³ : L'optique, c'est-à-dire l'étude géométrique de la perspective, la catoptrique, c'est-à-dire l'étude géométrique de la réflexion des rayons visuels sur les miroirs, les miroirs ardents, c'est-à-dire l'étude de la réflexion convergente des rayons solaires sur les miroirs et les phénomènes atmosphériques tel l'arc en ciel.

² Djebbar, A. (2001), *Pratiques savantes et savoirs traditionnels en pays d'Islam*, p. 62-86.

³ Ferguson, J. (2013), Hellenistic age, *Encyclopedia Britannica*, London, p. 36-38.

Ainsi, un savant du milieu du X^e siècle disposait de la quasi-totalité des écrits grecs connus sur les miroirs ardents, dont quelques-uns n'ont survécu que dans leur version arabe.

L'intérêt porté aux textes d'optique relatifs aux miroirs ardents n'était pas provoqué par des raisons scientifiques et philosophiques seulement. Les califes encourageaient la recherche sur ce que les savants leur avaient présenté comme une arme redoutable, celle qui aurait permis à Archimède de battre la flotte de Marcellus.

Ibn Lūqā (m. vers 910) et al-Kindī (m. vers 873)

D'après les anciens bibliographes, deux contemporains ont mené des recherches en optique consacrées aux miroirs ardents : Qusṭā Ibn Lūqā et Abūshāqal-Kindī.

Au premier, on attribue un seul traité sur les miroirs ardents, qui est une composition et non une traduction selon le bibliographe du X^e siècle ibn al-Nadīm⁴. Ce traité s'il a existé, ne nous est pas parvenu, tandis qu'un autre que ne mentionnent pas les bibliographes a survécu. Il s'agit du *Livre des causes de la diversité des perspectives qui se produit dans les miroirs* (*Kitāb`ilalmāya`riḍufī al-marāyā al-muḥriqa min ikhtilāf al-manāzir*) commandé par le prince abbasside AbūAḥmad al-Muwaffaq.

Le livre d'Ibn Lūqā traite principalement de la réflexion sur les miroirs plans, sphériques convexes et concaves, et la diversité des images perçues en fonction de la position et de la distance de l'objet visible par rapport au miroir.

⁴ Ibn al-Nadīm (1871), *Kitāb al-Fihrist*, Leipzig, éd. Flügel G., p. 296.

On associe à al-Kindī, trois importants mémoires sur les miroirs ardents et leur construction⁵ dont un seul nous est parvenu⁶.

Ce livre se situe, comme les autres travaux de l'auteur, à la fois dans la continuité des savants anciens et contre eux. Al-Kindī entreprend de pallier les carences de l'étude d'Anthémios de Tralles en ce domaine. Celui-ci avait en effet pris pour une vérité la légende selon laquelle Archimède aurait incendié la flotte romaine⁷.

Al-Kindī va travailler, en quinze propositions, à la conception d'un miroir sur lequel des rayons se réfléchissent et convergent vers un seul point.

Les quatre premières propositions ont pour but la construction d'un miroir ardent de forme conique. Il étudie pour cela un système de deux miroirs plans placés sur les faces d'un dièdre.

Les sept propositions suivantes traitent de la construction de miroirs sphériques concaves d'axe dirigé vers le soleil. Al-Kindī considère des rayons solaires tombant sur les points du cercle délimitant le miroir et montre que les rayons réfléchis se rencontrent en un même point de l'axe.

Un des principaux résultats obtenus par al-Kindī concerne les miroirs sphériques (figure 1) :

Soit un miroir en forme de demi-sphère concave d'axe CD , de centre E et de rayon R . On désigne par O le milieu de EC et par Φ un cercle sur cette sphère de centre L et de rayon

⁵ Rashed, R. (1997), *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī*, t1, *L'optique et la catoptrique d'al-Kindī*, Leyde, Brill, p. 97-121.

⁶ Al-Kindī, Tideus und pseudo-Euclid. Dreioptische Werke, ed. et comm. Bjornbo A. A. & Vogl S. (*Abhandlungsgeschichte der mathematischen Wissenschaften*, Heft XXVI, 3), Leipzig-Berlin, 1912.

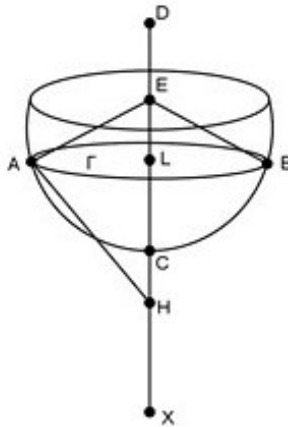
⁷ Al-Kindī, Fihudūd al-ashyā' wa-rusūmuhā, In *Rasā'il al-Kindī al-falsafiya*, Cairo, ed. Muḥammad `Abd al-Hādī Abū Rida, Dar al-Fikr al-`Arabī, 1950, p. 165-180.

LB. Alors le rayon solaire tombant en un point A de Φ est réfléchi vers un point H de l'axe CD . Ce point H vérifie les propriétés suivantes :

- Il reste fixe lorsque A décrit le cercle Φ .
- Il dépend de l'angle $AEB = \alpha$.
- Il se situe sur OC lorsque $0 \leq \alpha \leq 2\pi/3$ et sur CX lorsque $2\pi/3 \leq \alpha \leq \pi$.
- Sa distance au centre du cercle est donnée par la formule $LH = R \sin \alpha/2 \mid \cotg \alpha \mid$.

Ainsi, pour un miroir limité par un arc AB égal à $2\pi/3$, les rayons réfléchis se concentrent tous sur le segment OC .

Figure 1



Al-Kindī a aussi étudié le problème d'Anthémios de Tralles (474-m. avant 558)⁸ : la construction d'un système de vingt-cinq miroirs hexagonaux permettant de réfléchir les

⁸ Boyer, C.B. (1991), *A history of mathematics*, 2nd ed., New Jersey, John Wiley and Sons, p. 7-8.

rayons solaires vers un même point. Il a montré que si les rayons solaires sont parallèles à l'axe du miroir central, treize miroirs conduisent à un même point. Mais pour les douze autres, il se heurte à la difficulté rencontrée par Anthémius : Les rayons se réfléchissent vers un point différent du premier (mais qui lui est voisin).

Pour les six miroirs entourant le miroir central, al-Kindī effectue une démonstration puis il affirme, sans démonstration, que la propriété reste vraie pour les autres, ce qui n'est pas exact.

Dans une autre proposition, Al-Kindī veut construire à partir d'un polygone régulier de vingt-quatre côtés, une pyramide de vingt-quatre faces permettant aux rayons solaires tombant au milieu des bases de ces faces (prises comme miroirs) de se réfléchir vers un même point situé sur l'axe de la pyramide.

Le traité d'al-Kindī s'achève sur un texte résumant le problème d'Anthémius : construire un miroir de diamètre donné qui réfléchisse les rayons solaires vers un point donné. Le procédé indiqué est celui de construire par points et tangentes, une parabole dont on connaît le foyer et la direction. La méthode exposée est celle d'Anthémius, mais al-Kindī y apporte une démonstration plus claire et plus ordonnée.

On mesure ainsi toute l'extension et l'importance qu'al-Kindī⁹ a accordée à l'étude des miroirs ardents. Par la suite, aucun savant arabe en optique ne négligera l'étude des miroirs ardents, notamment pour les deux auteurs les plus

⁹ Rosenfeld, B.-A. et Ihsanoglu, E. (2003), *Mathematicians, astronomers, and other scholars of Islamic civilization and their works (7th – 19th c.)*, Series of Studies and Sources on History of Science 11, Istanbul, ed. Ihsanoglu E., p. 38-42.

importants : Ibn Sahl¹⁰ et Ibn al-Haytham. L'étude des miroirs ardents devient un chapitre principal de l'optique et non plus, comme c'était le cas dans l'antiquité, une spécialité à part.

Ibn Sahl

La fin du IX^e siècle a vu se constituer un fond d'écrits d'optique qui comportait à la fois des traductions des textes grecs et de nouvelles contributions des savants arabes en optique, catoptrique, optique physiologique et sur les miroirs ardents.

L'intérêt porté à l'étude des miroirs ardents a été essentiel à la compréhension de la catoptrique, mais aussi la dioptrique, comme en témoigne le traité rédigé entre 983 et 985 par AbūSa`d al-`Alā' ibn.Sahl.

Parti de l'étude des miroirs ardents, Ibn Sahl est le premier dans l'histoire à engager la recherche sur les lentilles ardentes¹¹. De cette découverte, naîtra la dioptrique.

Avant Ibn Sahl, les catoptriciens grecs puis arabes s'interrogeaient sur les propriétés géométriques des miroirs et sur l'embrasement qu'ils produisent à une distance donnée.

Ibn Sahl adopte une approche différente, en considérant non seulement les miroirs mais aussi les instruments ardents, c'est-à-dire ceux qui sont susceptibles d'embraser non seulement par réflexion mais aussi par réfraction.

Il étudie successivement, selon la distance de la source et le mode d'embrasement, le miroir parabolique, le miroir

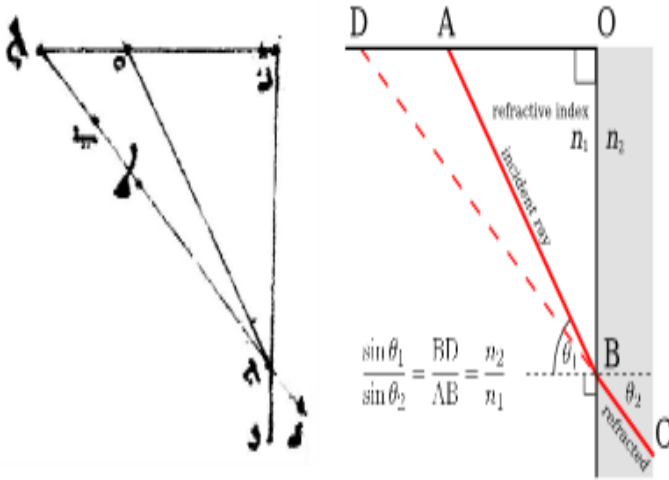
¹⁰ Berggren, L. (2007), « IbnSahl : AbūSa`d al-`Alā'ibnSahl », *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, New York, Springer, p. 567.

¹¹ Rashed, R. (1990), «A pioneer in anaclastics: IbnSahl on burning mirrors and lenses», *ISIS, Memorial of the History of Science Society* 81, p. 464–491.

ellipsoïdal, la lentille plan-convexe et la lentille biconvexe. Il procède dans chaque cas à une étude théorique de la courbe et expose un procédé mécanique pour la tracer.

Dans un mémoire, qui a survécu et qui a été commenté par Ibn al-Haytham, rédigé alors qu'il examinait le cinquième livre de l'Optique de Ptolémée, Ibn Sahl montre que tout milieu, y compris la sphère céleste, est doté d'une opacité qui le définit et qui est caractérisée par un rapport constant (figure 2).

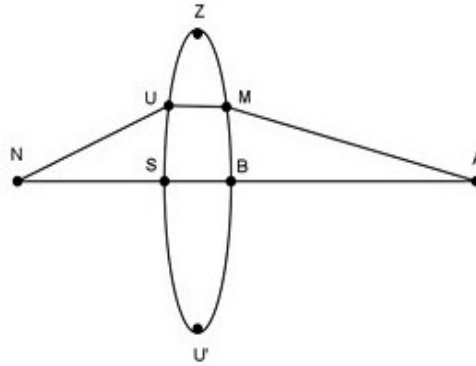
Figure 2



Il montre par ailleurs, que les rayons solaires parallèles à l'axe d'une surface hyperbolique sont réfractés sur cette surface et convergent en un même point A.

Il prouve aussi que les rayons lumineux issus du foyer N d'un hyperboloïde, tombants sur la surface ZSU', pénètrent dans ce solide, rencontrent la surface ZBU' et convergent vers un point A qu'ils embrasent (figure 3).

Figure 3



Les techniques utilisées par Ibn Sahl sont pauvres en contenu physique. A titre d'exemple, il n'a jamais tenté d'expliquer pourquoi certains rayons changent de direction et se concentrent quand ils changent de milieu.

Quant à la question de l'embrasement produit par la concentration de rayons lumineux, Ibn Sahl se contente de définir le rayon lumineux par son action d'embraser en postulant que l'échauffement est proportionnel au nombre de rayons.

Ibn al-Haytham (m. après 1040)¹²

Alors qu'Ibn Sahl achevait son traité sur les instruments ardents, vraisemblablement à Baghdad, Ibn al-Haytham, né à Bassorah dans la deuxième moitié du X^e siècle, commençait son travail scientifique. Ce jeune mathématicien et physicien a

¹² Ibn al-Haytham (1911-1912), On the measurement of the paraboloid: translated from H. Suter « Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloides von el-Hassan Ibn. el-Haitham », *Bibliotheca Mathematica* 3, Ser. 12, p. 289-322.

donc connu les écrits de son aîné, les a cités et s'en est inspiré¹³.

Comparée aux écrits des mathématiciens grecs et arabes qui le précèdent, l'œuvre optique d'Ibn al-Haytham présente deux traits frappants : l'extension et la réforme. Personne avant lui n'a étendu sa recherche à autant de domaines, relevant de traditions plutôt indépendantes, philosophiques, mathématiques et médicales.

Ibn al-Haytham a abordé non seulement les thèmes traditionnels de la recherche optique, mais aussi de nouveaux couvrant les domaines de l'optique, optique météorologique, catoptrique, miroirs ardents, dioptrique, sphère ardente et optique physique.

L'optique comprend désormais deux parties : une théorie de la vision, à laquelle sont également associées une physiologie de l'œil et une psychologie de la perception, et une théorie de la lumière, à laquelle sont liées une optique géométrique et une optique physique.

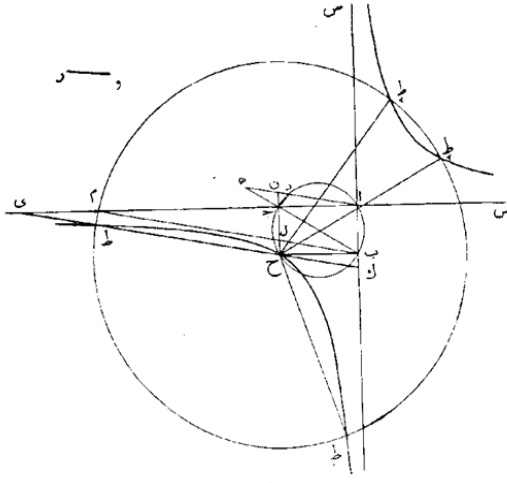
Ibn al-Haytham effectue ses recherches en catoptrique dans les livres quatre, cinq et six de sa magistrale œuvre *l'Optique* traduite en latin à la fin du XII^e siècle¹⁴, étudiée et commentée jusqu'au XVII^e siècle. Il poursuit ses recherches dans d'autres mémoires, dont certains sont postérieurs à *l'Optique*, comme *Les miroirs ardents sphériques*¹⁵ (figure 4).

¹³ Rashed, R. (1993), *Géométrie et Dioptrique au Xe siècle : Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham*, Paris, Les belles lettres (édit.), Trad. arabe 1996, p. 464-465.

¹⁴ Sabra, A.I. (1989), *The Optics of Ibn al-Haytham*, Books I, II, III: On direct vision, with translation, introduction, commentary, glossaries, London, The Warburg Institute

¹⁵ Ibn al-Haytham (1938-1939), *Al-marāyā al-muḥriqa bi-al-dā'ira*, [*Les miroirs ardents sphériques*], Majmū` al-rasā'il, el `Osmānia, Hyderabad.

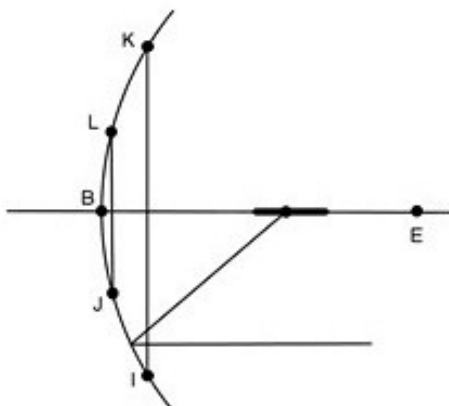
Figure 4



Dans ce mémoire, il démontre par exemple la proposition suivante (figure 5). Soit une sphère de centre E , une zone limitée par deux cercles d'axe EB et IJ l'arc générateur de cette zone.

Ibn al-Haytham commence par montrer qu'à chacun des deux cercles est associé un point de l'axe vers lequel se réfléchissent les rayons incidents parallèles à l'axe. Il prouve ensuite que tous les rayons réfléchis sur la zone rencontrent le segment délimité par ces deux points. La longueur de ce segment dépend de l'arc IJ .

Figure 5



Dans son traité *La sphère ardente*, Ibn al-Haytham explicite et affine certains résultats sur la lentille sphérique qu'il avait déjà obtenus dans *l'Optique*. Il revient sur la question de l'embrassement au moyen de cette lentille. Au cours de cette étude, il se sert des données numériques de *l'Optique* de Ptolémée pour les deux angles d'incidence 40° et 50° pour expliquer le phénomène de focalisation des rayons lumineux propagés suivant des trajectoires parallèles à l'axe de la sphère, il utilise aussi des valeurs angulaires.

L'édition ces dernières années¹⁶ d'un certain nombre d'ouvrages produits par Ibn al-Haytham, a permis de suivre ses orientations et ses contributions originales et de les

¹⁶ Djebbar, A., *Ibn al-Haytham mathématicien et physicien*, Année internationale de la lumière, Constantine, <https://siriusalgeria.net/IYL015c/Djebbar-Ibn-al-Haytham.pdf>, consulté le 21 avril 2015.

inscrire dans une dynamique qui a démarré au IX^e siècle et qui s'est épanouie à la fin du X^e et au début du XI^e siècle¹⁷.

Kamāl ad-Dīn al-Fārisī (m. 1319)

Kamāl ad-Dīn al-Fārisīa écrit une révision¹⁸ de l'*Optique* d'Ibn al-Haytham, c'est-à-dire un commentaire explicatif et parfois critique. Il en a fait de même pour d'autres traités d'Ibn al-Haytham tels que *La sphère ardente* et *L'arc en ciel*.

Dans tous ces écrits, al-Fārisī poursuit la réalisation d'Ibn al-Haytham, parfois même à l'encontre de celui-ci¹⁹. Il réussit là où son prédécesseur a échoué, notamment dans l'explication de la forme de l'arc en ciel et la compréhension du phénomène des couleurs.

Dans son commentaire de *La sphère ardente*, al-Fārisī donne une étude quantitative qui est restée durant une longue période la plus développée : la recherche d'un algorithme qui peut d'une part exprimer la dépendance fonctionnelle entre les angles d'incidence et les angles de déviation, et d'autre part interpoler ces fonctions pour tous les degrés d'angles.

Après al-Fārisī, la seule étude substantielle connue dans le domaine de l'optique demeure le livre de l'astronome Taqīy ad-Dīn Ibn Ma'rūf²⁰, « dont la rédaction s'est achevée en 1574.

¹⁷ Winter, H.-J.J. et Arafat, W. (1950), « A discourse on the concave spherical mirror by Ibn al-Haytham », *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, series 3, Science, vol. 16, p. 1-6.

¹⁸ Al-Fārisī (1928-1930), *Tanqīh al-manāzīr li-dhāwī al-abṣār wa al-baṣā'ir* [Livres de la révision de l'optique pour les gens qui ont une bonne vue et un esprit pénétrant], Edit. 2, Hyderabad.

¹⁹ Rashed, R. (1970), « Le modèle de la sphère transparente et l'explication de l'arc-en-ciel : Ibn al-Haytham-al-Fārisī », *Revue d'Histoire des Sciences*, 22, Paris, éd. Armand Colin, p. 109-140.

²⁰ Ibn Ma'rūf, *Kitābnūrḥadaqat al-abṣārwanūrḥadiqat al-anzār*, Ms Oxford, Bodleian Library, Marsh 119.

Ibn Ma`rūf ne fait que résumer le livre d'al-Fārisī sans apporter une contribution personnelle.

Cependant, presque au même moment, la postérité du livre d'Ibn al-Haytham était assurée sous d'autres cieux et dans d'autres langues que l'arabe. Les scientifiques européens du XVII^e siècle l'ont utilisé pour écrire sur les problèmes de l'optique, comme Roger Bacon, Vitello, Kepler (m. 1630) et Descartes (m. 1650).

Bibliographie

Berggren, L. (2007), "IbnSahl: AbūSa`d al-`Alā`ibnSahl", *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, New York, Springer.

————— (1994), "AbūSahl al-Kūhī's treatise on the construction of the astrolabe with proof, text, translation and commentary", *Physis* 31.

Boyer, C.-B. (1991), *A history of mathematics*, John Wiley and Sons, 2nded.

Djebbar, A., « Ibn al-Haytham mathématicien et physicien, Année internationale de la lumière », <https://siriusalgeria.net/IYL015c/Djebbar-Ibn-al-aytham.pdf>, consulté le 21 avril 2015.

————— (2001), *Pratiques savantes et savoirs traditionnels en pays d'Islam*.

Al-Fārisī (1928-1930), *Tanqīh al-manāzir li-dhāwī al-abṣārwa al-baṣā'ir* [*Livre de la révision de l'optique pour les gens qui ont une bonne vue et un esprit pénétrant*], Edit. 2, Hyderabad.

Ferguson, J. (2013), Hellenistic age, *Encyclopedia Britannica*, London.

Ibn al-Haytham (1938-1939), *Al-marāyā al-muḥriqa bi-al-dā'ira*, [*Les miroirsardentssphériques*], Majmū` al-rasā'il, el `Osmānia, Hyderabad.

————— (1911-12), On the measurement of the paraboloid: translated from H. Suter « Die Abhandlunguber die

ausmessung des paraboloides von el-Ḥassan Ibn. el-Haitham », *Bibliotheca Mathematica* 3, Ser. 12.

Ibn M'arūf, *Kitābnūrḥadaqat al-abṣārwanūrḥadiqat al-anzār*, Ms Oxford, Bodleian Library, Marsh 119.

Ibn al-Nadīm (1871), *Kitābal-Fihrist*, Leipzig, éd. Flügel, G.

Al-Kindī (1950), *Fihūdūd al-ashyā' wa-rusūmuhā*, In *Rasā'il al-Kindī al-falsafīya*, ed. Muḥammad `Abd al-Hādī Abū Rīda, Cairo, Dar al-Fikr al-`Arabī.

————— (1912), *Tideus und pseudo-Euclid. Drei optische Werke*, ed. et comm. Bjornbo, A.A. et Vogl, S. (*Abhandlung zur geschichte der mathematischen wissenschafte*, Heft XXVI, 3), Leipzig-Berlin.

Rashed, R. (1997), *Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī*, t.1, *L'optique et la catoptrique d'al-Kindī*, Leyde, Brill.

————— (1993), *Géométrie et Dioptrique au X^e siècle : Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham*, Paris, éd. Les belles lettres, trad. arabe 1996.

————— (1990), "A pioneer in anaclastics: Ibn Sahl on burning mirrors and lenses", *ISIS: Memorial of the History of Science Society* 81.

————— (1970), « Le modèle de la sphère transparente et l'explication de l'arc-en-ciel: Ibn al-Haytham—al-Fāresī », *Revue d'Histoire des Sciences* 22, Paris, éd. Armand Colin.

Rosenfeld, B.A. et Ihsanoglu, E. (2003), *Mathematicians, astronomers, and other scholars of Islamic civilization and their works (7th – 19th c.)*, Series of Studies and Sources on History of Science 11, Istanbul, ed. Ihsanoglu E.

Sabra, A.-I. (1989), *The Optics of Ibn al-Haytham*, Books I, II, III: On direct vision, with translation, introduction, commentary, glossaries, London: The Warburg Institute.

Winter, H.-J.-J. et Arafat, W. (1950), "A discourse on the concave spherical mirror by Ibn al-Haytham", *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, series 3, Science, vol. 16.